

Квалификациони испит из математике

29.06.2010.

1. Тек оборено стабло је имало масу 2,25 тона и садржавало је 64% воде. Послије неђељу дана стабло је садржавало 46% воде. За колико се смањила маса стабла за ту неђељу?
2. Доказати да је $(3 + \sqrt{5})(\sqrt{10} - \sqrt{2})\sqrt{3 - \sqrt{5}} = 8$.
3. Упростити израз $\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}\right) : \left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)$.
4. Одредити за коју вриједност реалног параметра m је збир квадрата коријена једначине $x^2 - mx + 2m - 3 = 0$ најмањи.
5. Ријешити једначину $\sqrt{6 - x - x^2} = x + 1$.
6. Ријешити једначину $9^{x^2-1} - 36 \cdot 3^{x^2-3} + 3 = 0$.
7. Ријешити неједначину $\log_5 x \geq \log_{25}(3x - 2)$.
8. Ријешити једначину $1 + \cos(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2}\right) = 0$.
9. Наћи тачку B симетричну тачки $A(3, 1)$ у односу на праву $x - 2y + 2 = 0$.
10. Одредити тангенте кружнице $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 3 = 0$ које пролазе кроз тачку $A(2, 1)$.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.
Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

6.09.2010.

1. Узастопна појевтињења од 10% и 20% еквивалентна су неком једнократном појевтињењу. Од колико процената је то појевтињење?
2. Доказати да је $(4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}} = 2$.
3. Упростити израз $\frac{x^2 + y^2}{xy} - \frac{x^2}{xy + y^2} - \frac{y^2}{x^2 + xy}$.
4. Одредити за које вриједности реалног параметра m су оба коријена једначине $x^2 - (m + 1)x + m + 4 = 0$ негативна.
5. Ријешити неједначину $\sqrt{x^2 - 3x - 10} < 8 - x$.
6. Ријешити једначину $3^x - 3^{x-1} = 2 \cdot 9^{x-2}$.
7. Ријешити неједначину $\log_2 \left(x^2 - x - \frac{3}{4} \right) < \log_2 5 - 2$.
8. Ријешити једначину $1 - \cos(\pi - x) + \sin \left(\frac{\pi + x}{2} \right) = 0$.
9. Наћи једначину кружнице описане око троугла ABC чија су тјемена $A(7, 7)$, $B(0, 8)$ и $C(-2, 4)$.
10. Дата су два тјемена $A(1, -4)$ и $B(7, -2)$ на основици AB једнакокраког троугла ABC , а треће тјеме C припада правој $x - y + 1 = 0$. Одредити координате тјемена C .

Сваки задатак вриједи 5 бодова.
Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

4.07.2011.

1. Цијена кошуље је 52 марке. Она је прво поскупила 20% па је затим појефтинила 20%. Одредити нову цијену кошуље.
2. За $n \geq 1$ упростити израз $\sqrt{n - \sqrt{2n - 1}} - \sqrt{n + \sqrt{2n - 1}}$.
3. Упростити израз $\left(3 - \frac{(a+b)^2}{ab}\right) \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) : \frac{a^3 + b^3}{ab}$.
4. Одредити за које вриједности реалног параметра m за све x из интервала $(-1, 1)$ важи неједнакост $2x^2 + mx - 5 < 0$.
5. Ријешити неједначину $\sqrt{x^2 - x - 12} < x - 2$.
6. Ријешити једначину $2 \log_4^2(x+1) - \log_4(x^2 - 1) - \log_{\frac{1}{4}}(x-1) = 1$.
7. У троуглу ABC је $\gamma = 120^\circ$. Доказати да је $c \geq \frac{\sqrt{3}}{2}(a+b)$.
8. Ријешити једначину $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = \frac{3}{2}$.
9. Дате су тачке $A(0, 2)$, $B(3, -1)$ и $H(2, 1)$. Одредити тачку C тако да H буде ортоцентар троугла ABC .
10. Одредити једначину кружнице која пролази кроз тачку $(-2, -2)$, а центар јој је пресјечна тачка правих $x + 2y - 2 = 0$ и $3x + y + 4 = 0$.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.
Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

5.09.2011.

1. Јелена и њена мајка имају заједно 60 година. Колико година има Јелена ако је мајка имала 22 године кад се родила Јелена?
2. Упростити израз $\frac{a^3 + b^3}{(a + b)(a^2 - b^2)} + \frac{2b}{a + b} - \frac{ab}{a^2 - b^2}$.
3. Одредити комплексан број $\left(\frac{1 + i}{\sqrt{2}}\right)^{2011}$.
4. Доказати да једначина $(m^2 + 5)x^2 + 2(m + 3)x + 3 = 0$ нема реалних рјешења ни за једну вриједност реалног параметра m .
5. Ријешити једначину $\sqrt{x + 1} + \sqrt{x - 1} = \sqrt{3x + 1}$.
6. Ријешити једначину $2^{x+1} - 2^x - 2^{x-1} = 4$.
7. У троуглу ABC је $\angle BAC = 30^\circ$, $AC = 2$ и $BC = \sqrt{2}$. Одредити $\angle ABC$.
8. Ријешити једначину $4 \sin x \sin 2x \sin 3x = \sin 4x$.
9. Одредити координате тјемева B и D квадрата $ABCD$ ако је $A(2, 1)$ и $C(4, 5)$.
10. Кружница са центром у тачки $S(3, -1)$ одсијеца на правој $2x - 5y + 18 = 0$ тетиву дужине 6. Наћи једначину ове кружнице.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.
Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

2.07.2012.

1. Цијена неког производа повећана је за 25%. За колико процената треба смањити нову цијену да би се добила стара цијена?
2. Упростити израз $\left(\frac{(a+b)^2}{ab} - 1\right) \cdot \left(\frac{(a+b)^2}{ab} - 4\right) \cdot \frac{ab}{a^3 - b^3}$.
3. Одредити реални параметар m тако да једначине $2x^2 + (m-1)x + 1 = 0$ и $8x^2 + (3m-1)x + 3 = 0$ имају заједнички коријен.
4. Ријешити систем једначина $x^2 - xy = 4$, $xy - y^2 = 3$.
5. Ријешити неједначину $x - 6 > \sqrt{x^2 - 7x - 8}$.
6. Ријешити једначину $\log_7 2 + \log_{49} x = \log_{1/7} \sqrt{3}$.
7. Ријешити једначину $2 \cos^2 x + \cos 4x = 0$.
8. Одредити остале стране и углове троугла ABC ако је $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{2}$ и $\alpha = 60^\circ$.
9. Наћи ортогоналну пројекцију тачке $M(11, 0)$ на праву $2x - 3y + 4 = 0$.
10. Одредити тангенте кружнице $x^2 + y^2 - 2y = 0$ које пролазе кроз тачку $C(2, 2)$.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.

Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

3.09.2012.

1. Удаљеност два града је 588 километара. Брзи воз пређе ту удаљеност за 2 часа и 20 минута прије него путнички. Колика је брзина сваког од ових возова ако се њихове брзине разликују за 21 km/h ?
2. Упростити израз $\frac{a}{a-x} + \frac{3a}{a+x} - \frac{2ax}{a^2-x^2}$.
3. Одредити реални и имагинарни дио комплексног броја $\frac{3+i}{(1+i)(1-2i)}$.
4. У једначини $x^2 - x + m = 0$ одредити параметар m тако да збир кубова њених рјешења буде једнак 7.
5. Ријешити једначину $\sqrt{x-7} + \sqrt{x+5} = \sqrt{2x+14}$.
6. Ријешити неједначину $2^x + 2^{1-x} < 3$.
7. Ријешити једначину $\sin x + \sin 2x = \cos x + \cos 2x$.
8. Израчунати углове паралелограма чије странице имају дужине 7 и 8, а једна дијагонала има дужину 13.
9. На правој $3x + 4y - 14 = 0$ наћи тачку једнако удаљену од тачака $A(-1, 6)$ и $B(2, -3)$.
10. Одредити једначину кружнице која пролази кроз координатни почетак, а праве $3x - 4y + 8 = 0$ и $3x + 4y + 8 = 0$ су јој тангенте.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.
Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

24.09.2012.

1. Свјеже грозђе садржи 80% воде, а суво садржи 12% воде. Колико килограма свјежег грозђа треба за 20 килограма сувог грозђа?
2. Упростити израз $\frac{xy}{x+y} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) - \frac{xy}{x-y} \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$.
3. Одредити реални и имагинарни дио комплексног броја $\frac{2+i}{1+i} + \frac{2-i}{1-i}$.
4. Одредити за коју вриједност реалног параметра m је збир квадрата коријена једначине $x^2 - mx + 2m - 1 = 0$ једнак 2.
5. Ријешити неједначину $\sqrt{6+x-x^2} < x$.
6. Ријешити једначину $3^{x+1} - 3^x = 2 \cdot 9^{x-1}$.
7. Ријешити једначину $\cos x + \cos 3x = 1 + \cos 4x$.
8. Одредити углове паралелограма чије странице имају дужине 7 и 8, а једна дијагонала има дужину 13.
9. Дате су тачке $A(-1, 1)$, $B(2, -2)$ и $H(1, 0)$. Одредити тачку C тако да H буде ортоцентар троугла ABC .
10. Одредити параметар m да права $2x + 2y - m = 0$ буде тангента кружнице $x^2 - 2x + y^2 - 2y - 2 = 0$.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.
Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

1.07.2013.

1. Цијена неког производа је смањена за 20%. За колико процената треба повећати нову цијену да би се добила првобитна цијена?
2. Доказати да је $(2 - \sqrt{3})(\sqrt{6} + \sqrt{2})\sqrt{\sqrt{3} + 2} = 2$.
3. Упростити израз $(a^3 - b^3) : \left(a + b - \frac{ab}{a+b}\right) - (a^3 + b^3) : \left(a - b + \frac{ab}{a-b}\right)$.
4. За које вриједности реалног параметра m једначина $(3m+1)x^2 - 2x + 2m - 1 = 0$ има коњуговано комплексне коријене?
5. Ријешити неједначину $|x + 1| \geq 2|x + 2|$.
6. Ријешити једначину $\log_x 4 + \log_x 2 - \log_4 \sqrt{x} = 1$.
7. Доказати идентитет $3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) - 2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) = 1$.
8. Ријешити једначину $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{7}{2} \sin x \cos x$.
9. Дате су тачке $A(-3, 0)$ и $B(2, 0)$. На правој $3x - 2y + 2 = 0$ одредити тачку C тако да површина троугла ABC буде једнака 10.
10. Из тачке $A(4, 2)$ конструисане су тангенте на кружницу $x^2 + y^2 = 10$. Израчунати угао између њих.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.
Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

2.09.2013.

1. Разлика кубова два узастопна цијела броја једнака је 1801. Одредити те бројеве.

2. За $-1 < x < 0$ упростити израз $\sqrt{\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}}$.

3. Одредити реални и имагинарни дио комплексног броја $\left(\frac{3}{2+2i} + \frac{1+i}{4i}\right)^6$.

4. Одредити параметар m тако да збир реципрочних вриједности коријена једначине $x^2 - 2mx + 3m - 1 = 0$ буде једнак $\frac{3}{4}$.

5. Ријешити једначину $\sqrt{x-3} + \sqrt{x+3} = \sqrt{2x+8}$.

6. Ријешити неједначину $\frac{1}{5 - \log x} + \frac{2}{1 + \log x} < 1$.

7. Ријешити једначину $\sin 2x + \operatorname{tg} x = 2$.

8. Ако у троуглу ABC важи једнакост $a = 2b \cos \gamma$, доказати да је он једнакокраки.

9. Доказати да су тачке $A(6, 1)$, $B(5, 4)$ и $C(-1, 2)$ три тјемена неког правоугаоника и одредити координате његовог четвртог тјемена D .

10. Одредити тангенте кружнице $x^2 + y^2 = 5$ које пролазе кроз тачку $(1, 3)$.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.

Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

23.09.2013.

1. Цијена панталона је 104 марке. Оне су прво поскупиле 20% па су затим појефтиниле 20%. Одредити нову цијену панталона.
2. Израчунати $\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$.
3. Упростити израз $\left(\frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a-b}\right) : \left(\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\right)$.
4. Одредити за које вриједности реалног параметра m ће оба коријена једначине $x^2 - 7x + 2m - 4 = 0$ бити позитивна.
5. Ријешити систем једначина $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{37}{6}$, $x + y = \frac{21}{8}$.
6. Ријешити неједначину $\sqrt{6+x-x^2} > 1-x$.
7. Ријешити неједначину $\log_5 x \geq \log_{25}(3x-2)$.
8. Ријешити једначину $\sin x + \sin 2x = \cos x + \cos 2x$.
9. Наћи тачку B симетричну тачки $A(3, 1)$ у односу на праву $x - 2y + 2 = 0$.
10. Из тачке $A(2, 4)$ конструисане су тангенте на кружницу $x^2 + y^2 = 10$. Израчунати угао између њих.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.

Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

30.06.2014.

1. Један радник уради посао за 40 дана а други за 24 дана. За колико дана ће урадити посао заједно?
2. Одредити реални и имагинарни дио комплексног броја $\frac{(1+i)^{10}}{(1+i)^8 + i(1-i)^6}$.
3. Упростити израз $\left(\frac{a^3 - b^3}{a^3 + b^3} - \frac{a - b}{a + b}\right) \cdot \left(\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} + \frac{a - b}{a + b}\right)$.
4. Одредити за које вриједности реалног параметра m коријени x_1 и x_2 једначине $mx^2 + 2(m-1)x - 4 = 0$ задовољавају услов $x_1 < 3 < x_2$.
5. Ријешити неједначину $\sqrt{5-2x} < 6x - 1$.
6. Ријешити једначину $\log_2 x + 4 \log_4 2x - 2 \log_8 x = \frac{20}{3}$.
7. Ријешити једначину $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3 + 2 \sin 2x$.
8. Збир углова под којим се са 100, 200 и 300 метара удаљености од подножја види торањ који стоји на хоризонталној равни је 90° . Одредити висину торња.
9. Одредити координате ортоцентра троугла ABC ако су његова тјемена $A(-5, 5)$, $B(1, 2)$ и $C(4, -2)$.
10. Одредити једначину праве која пролази кроз тачку $A(3, -1)$ и на кружници $x^2 + y^2 = 2$ одсијеца тетиву дужине 2.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.
Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

1.09.2014.

1. При дијељењу природног броја x са природним бројем y добија се количник 4 и остатак 10. Одредити те бројеве ако је њихов збир 100.
2. Доказати да је $\sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{17+12\sqrt{2}}} - \sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{17-12\sqrt{2}}}$ цио број и одредити тај број.
3. Упростити израз $\left(\frac{a^2-b^2}{c} + \frac{b^2-c^2}{a} + \frac{c^2-a^2}{b}\right) : \left(\frac{a-b}{c} + \frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b}\right)$.
4. Одредити за које вриједности реалног параметра m оба коријена једначине $4x^2 - 2x + m = 0$ припадају интервалу $(-1, 1)$.
5. Ријешити једначину $\sqrt{2x+1} + \sqrt{3x+1} = \sqrt{5x+2}$.
6. Ријешити неједначину $\log_3 x + \log_3(x-2) \geq 1$.
7. Ријешити једначину $\sin^4 x - \cos^4 x = \cos x$.
8. Одредити углове троугла ABC ако су његове стране $a = \sqrt{6}$, $b = 2\sqrt{3}$ и $c = 3 - \sqrt{3}$.
9. Одредити координате тјемева A и C квадрата $ABCD$ ако је $B(0, 1)$ и $D(4, 3)$.
10. Одредити једначину кружнице чији је центар у тачки $C(0, -5)$ и која додирује праву $4x + 3y - 10 = 0$.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.
Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

22.09.2014.

1. Цијена неког производа је повећана најприје за 20%, а затим још за 10% и сада тај производ кошта 33 КМ. Колика је била почетна цијена тог производа?
2. Израчунати $\left(\frac{15}{\sqrt{6}+1} + \frac{4}{\sqrt{6}-2} + \frac{12}{\sqrt{6}-3}\right) \cdot (\sqrt{6}+11)$.
3. Ријешити једначину $\frac{2x+1}{x^2+x-6} - \frac{x-1}{x^2-5x+6} = \frac{6}{x^2-9}$.
4. Одредити за које вриједности реалног параметра m једначине $x^2-3x+m+1=0$ и $x^2-4x+2m+1=0$ имају заједнички коријен.
5. Ријешити систем једначина $x^2+y=7$, $x+y^2=7$.
6. Ријешити једначину $7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$.
7. Ријешити неједначину $\cos 2x > \cos x - \sin x$.
8. У круг полупречника R уписан је троугао чија су два угла 15° и 60° . Одредити површину троугла.
9. Дате су тачке $A(9,2)$ и $B(2,6)$. На x -оси одредити тачку M тако да важи $AM \perp BM$.
10. Одредити једначину кружнице са центром у пресеку правих $x-2y+4=0$ и $3x+y-9=0$, која додирује праву $3x+4y+2=0$.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.
Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

29.06.2015.

1. Од радника неког предузећа 35% су жене. Број мушкараца је за 210 већи од броја жена. Колико радника има у предузећу?
2. Упростити израз $\frac{a^4 - (a - 1)^2}{(a^2 + 1)^2 - a^2} + \frac{a^2 - (a^2 - 1)^2}{a^2(a + 1)^2 - 1} + \frac{a^2(a - 1)^2 - 1}{a^4 - (a + 1)^2}$.
3. Одредити за које вриједности реалног параметра m је разлика квадрата коренијена једначине $8x^2 - mx + 3 = 0$ једнака $5/16$.
4. Ријешити систем једначина $x^2 + xy = 28$, $xy + y^2 = -12$.
5. Ријешити неједначину $\sqrt{4x + 13} > \sqrt{x} + \sqrt{x + 7}$.
6. Ријешити једначину $\frac{1}{5 - \log_2 x} + \frac{2}{1 + \log_2 x} = 1$.
7. Ријешити једначину $\frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x} = \frac{5}{2} + \cos 4x$.
8. Одредити реални и имагинарни дио комплексног броја $\frac{3 + 4i}{(1 + i)(1 + 2i)}$.
9. Тачке $A(2, 1)$ и $B(4, 9)$ су два тјемена троугла, а $H(3, 4)$ је његов ортоцентар. Одредити једначине правих којим припадају странице тог троугла.
10. Одредити једначину кружнице која додирује координатне осе и која извана додирује кружницу $x^2 + y^2 - 10x - 12y + 52 = 0$.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.
Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

31.08.2015.

1. Ако је прије 5 година отац био 5 пута старији од сина, и ако ће послје 3 године бити 3 пута старији од сина, колико је година оцу а колико сину?
2. Доказати да је $\sqrt{34 - 24\sqrt{2}} - \sqrt{34 + 24\sqrt{2}}$ цио број. Који је то број?
3. Упростити израз $\frac{a^3}{a-1} - \frac{a^2}{a+1} - \frac{1}{a-1} + \frac{1}{a+1}$.
4. Одредити све вриједности реалног параметра m тако да рјешења једначине $(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m - 6 = 0$ буду реална.
5. Ријешити неједначину $\sqrt{5x - x^2} < |2 - x|$.
6. Ријешити једначину $\log_2(2^x - 3) = 2 - x$.
7. У троуглу ABC је $\gamma = 60^\circ$. Доказати да је $c \geq \frac{a+b}{2}$.
8. Ријешити једначину $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$.
9. Дате су тачке $A(7, 2)$ и $B(0, 6)$. На x -оси одредити тачку C тако да буде $AC \perp BC$.
10. Доказати да се око четвороугла $ABCD$ чија су тјемена $A(5, 4)$, $B(2, 5)$, $C(-3, 0)$ и $D(-2, -3)$, може описати кружница и одредити једначину те кружнице.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.
Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

28.09.2015.

1. У два бурета има укупно 140 литара вина. Ако из првог бурета прелијемо $\frac{1}{5}$ његовог садржаја у друго буре, онда ће у оба бурета бити једнаке количине вина. Колико је литара вина било на почетку у другом бурету?
2. Упростити израз $\frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^3 - 2x^2 - x + 2} \cdot \frac{a + a^2}{a + 1} \cdot \frac{x - 2}{x + 2}$.
3. Одредити за које вриједности параметра m ће систем једначина $x^2 - y^2 = m$, $x + 2y = 1$ имати јединствено рјешење.
4. Ријешити неједначину $x \leq 3 - \frac{1}{x - 1}$.
5. Одредити реалне бројеве a и b тако да $1 + i$ буде коријен полинома $P(x) = x^4 - x^2 + ax + b$.
6. Ријешити једначину $\log_2(x - 1) + \log_2 x = 1$.
7. Странице троугла имају дужине 3, 5 и 7. Одредити највећи угао тог троугла.
8. Ријешити једначину $\cos^6 x - \sin^6 x = \frac{13}{8} \cos^2 2x$.
9. На правој $3x + 2y - 5 = 0$ одредити тачку која је подједнако удаљена од тачака $A(-1, -3)$ и $B(3, 1)$.
10. Наћи једначине заједничких тангенти кружница $x^2 + y^2 = 2$ и $(x - 2)^2 + y^2 = 8$.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.
Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

27.06.2016.

1. Пут од мјеста A до мјеста B брзи воз прелази за вријеме t . Због застоја на траси воз је кренуо из мјеста A са једним сатом закашњења. Због тога је повећао предвиђену брзину за 20% и у мјесто B стигао по реду вожње. Одредити t .
2. Одредити реалне бројеве a и b тако да полином $P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + ax + b$ буде дјелјив са $x^2 - 1$.
3. Упростити израз $\left(1 - \frac{a-b}{a+b}\right) \cdot \frac{a^2 - ab}{ab - b^2} : \left(1 + \frac{a-b}{a+b}\right)$.
4. Дата је једначина $\frac{1}{x-m} + \frac{1}{x-2m} = 2$, гдје је m реалан параметар, $m \neq 0$. Доказати да су рјешења x_1 и x_2 дате једначине реални бројеви за свако m , $m \neq 0$. Одредити све вриједности параметра m тако да буде $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$.
5. Ријешити једначину $\sqrt{5x+2} - \sqrt{3x-2} = \sqrt{x+2}$.
6. Ријешити неједначину $\frac{1}{\log x} + \frac{1}{1 - \log x} > 4$.
7. Доказати да је $\cos 40^\circ + \cos 80^\circ = \cos 20^\circ$.
8. Ријешити једначину $\operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} x = 4 \sin x$.
9. Дате су једначине правих $x + y - 2 = 0$ и $9x - 3y - 4 = 0$ којима припадају двије висине троугла ABC и тјеме $A(2, 2)$ овог троугла. Одредити једначину праве којој припада трећа висина троугла ABC .
10. Одредити једначину кружнице која пролази кроз координатни почетак и додирује праве $2x + y - 9 = 0$ и $x - 2y - 2 = 0$.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.
Вријеме за израду задатака је 90 минута.

Квалификациони испит из математике

29.08.2016.

1. Из мјеста A у мјесто B аутобус стиже по реду вожње крећући се константном брзином v . Возач аутобуса је израчунао да би брзином 60 km/h у мјесто B стигао пола сата касније, а брзином 90 km/h би стигао пола сата раније. Одредити v .
2. Нека је $a = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$. Показати да важи $a^3 = 4 - 3a$, па на основу тога доказати да је $\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} = 1$.
3. Упростити израз $\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\right) \left(\frac{x-y}{x+y} - 1\right) : \left(\left(\frac{x-y}{x+y} + 1\right) \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)\right)$.
4. Ријешити неједначину $\sqrt{\frac{x^2}{4} - \frac{x}{3} + \frac{1}{9}} < \frac{x}{3} - \frac{1}{6}$.
5. Ријешити систем једначина $x + xy + y = 11$, $x^2y + xy^2 = 30$.
6. Ријешити неједначину $5^{x-1} + 3 \cdot 5^x < 10 \cdot 2^{x+1}$.
7. Врт има облик правоугаоника са тјеменима A , B , C и D . У врту расте трешња. Она је од тјемена A удаљена 7 метара, од тјемена B 11 метара и од тјемена C 9 метара. Колико је трешња удаљена од тјемена D ?
8. Доказати да је $\sin 20^\circ + \sin 40^\circ = \sin 80^\circ$.
9. Ријешити једначину $\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} = 1 + \sin 2x$.
10. Одредити једначину кружнице уписане у троугао ABC чија су тјемена $A(4, 0)$, $B(0, 3)$ и $C(0, 0)$.

Сваки задатак вриједи 5 бодова.
Вријеме за израду задатака је 90 минута.